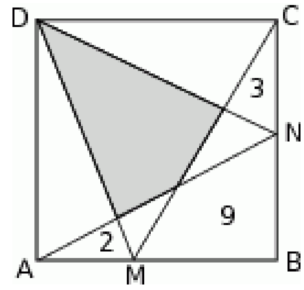
Seria pierwsza

Zadanie 1

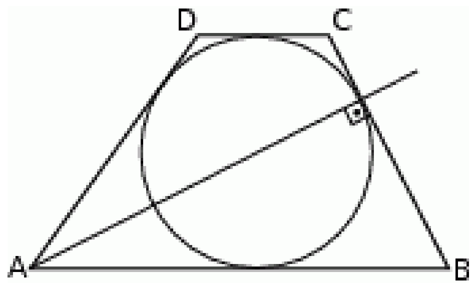


Dany jest kwadrat $ABCD$. Odcinki poprowadzone z punktów M i N do jego wierzchołków dzielą go na osiem części. Na rysunku zaznaczono pola trzech z nich. Jakie jest pole zacieniowanej części?

Zadanie 2

W trapez $ABCD$ gdzie $AB \parallel CD$,

$|AB| > |CD|$, wpisano okrąg (patrz rysunek). Dwusieczna kąta ostrego przy wierzchołku A jest prostopadła do ramienia BC.



a) Wykaż, że dwusieczna kąta przy wierzchołku D jest równoległa do ramienia BC.
b) Oblicz $|BC|:|DC|$.

Zadanie 3

Wyznacz wszystkie liczby całkowite n, dla których liczby: $a = \frac{3n-1}{n+3}$, $b = \frac{n+12}{n+2}$, $c = \frac{8n+24}{n^2-9}$

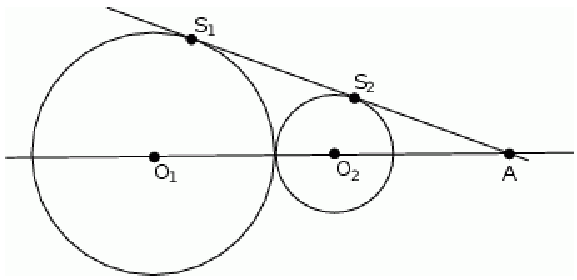
są liczbą całkowitą.

Zadanie 4

Punkt W jest środkiem okręgu wpisanego w trójkąt ABC. Prosta przechodząca przez punkty C i W przecina okrąg opisany na trójkącie ABC w punkcie D. Wykaż, że trójkąt BDW jest równoramienny.

Zadanie 5

Dane są 2 koła styczne zewnętrznie o promieniach 12 i 3 oraz o środkach O_1 i O_2. Do tych kół poprowadzono wspólną styczną, która jest styczna do tych okręgów w punktach S_1 i S_2 odpowiednio $(S_1 \neq S_2)$. Oblicz pole trójkąta AO_1S_1, gdzie A jest punktem przecięcia się prostych S_1S_2 i O_1O_2.



Uwagi:

- **za bezbłędne rozwiązanie każdego z zadań można uzyskać 5 punktów,**
- **<u>każde zadanie musi być rozwiązane na oddzielnej kartce formatu A4,</u>**
- **aby wziąć udział w konkursie należy rozwiązać choć jedno zadanie,**
- **rozwiązania zadań każdy składa u swego nauczyciela matematyki,**
- **termin oddawania zadań pierwszej serii mija <u>31.10.2018. r.</u>**